Trilce
ACADEMIA

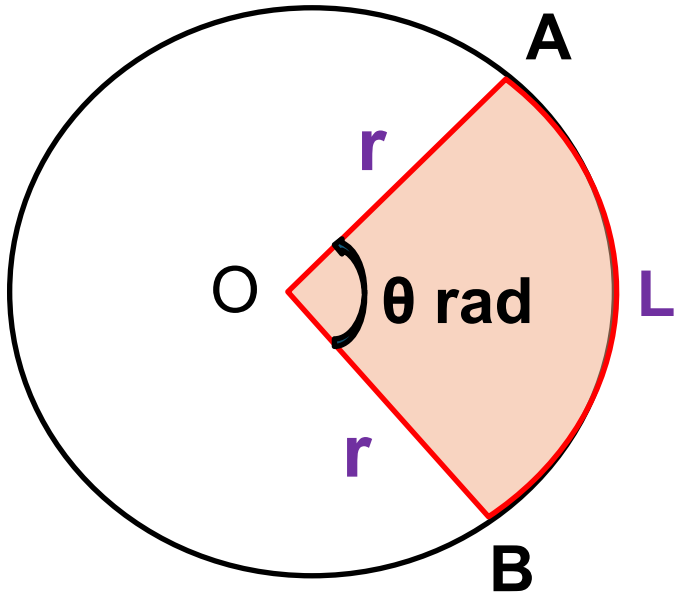
Curso: Trigonometría

Ciclo: INTENSIVO CIENCIAS SAN MARCOS

Tema: Longitud de Arco
Sector Circular

Docente: Víctor Vozeira

LONGITUD DE ARCO



$$L = \theta . r$$

Sector Circular AOB (⌓AOB):
Es la región circular limitada por dos radios y el arco correspondiente.

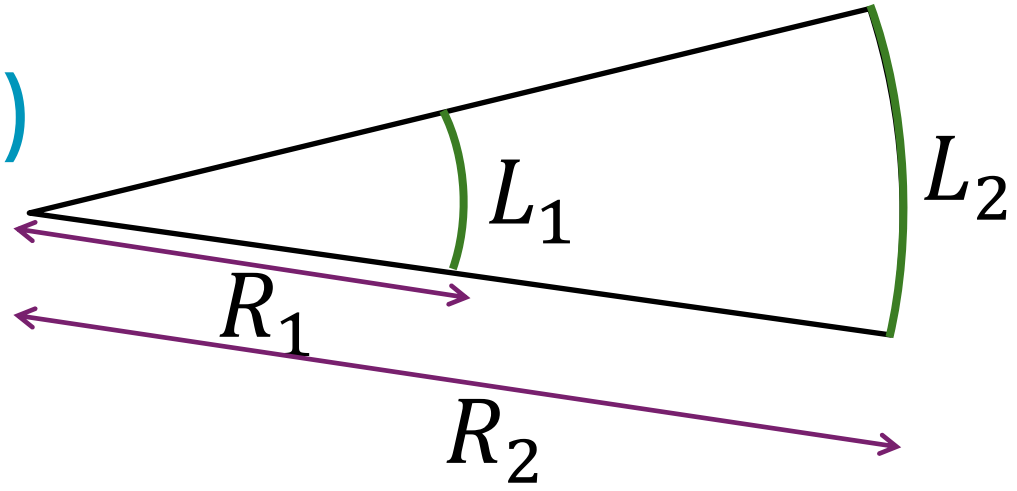
R : Longitud del radio
L : Longitud del arco $\overset{\frown}{AB}$
θ : Número de radianes de la medida del ángulo central.

$$0 < \theta \leq 2\pi$$

Trilce ACADEMIA

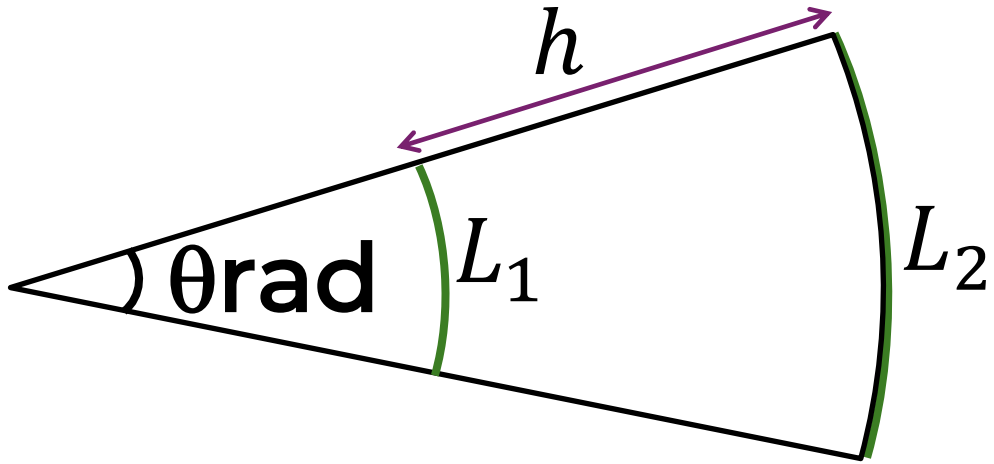
Propiedades:

I)



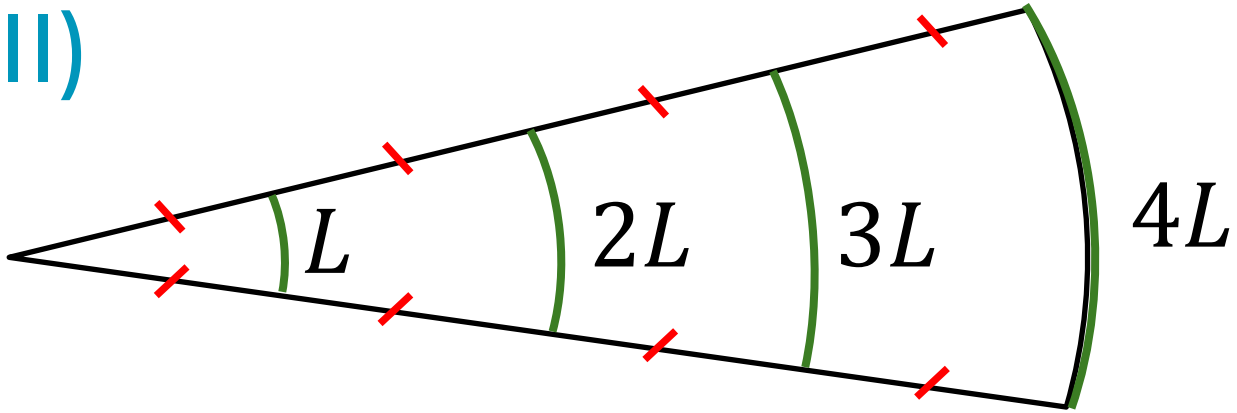
$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

II)



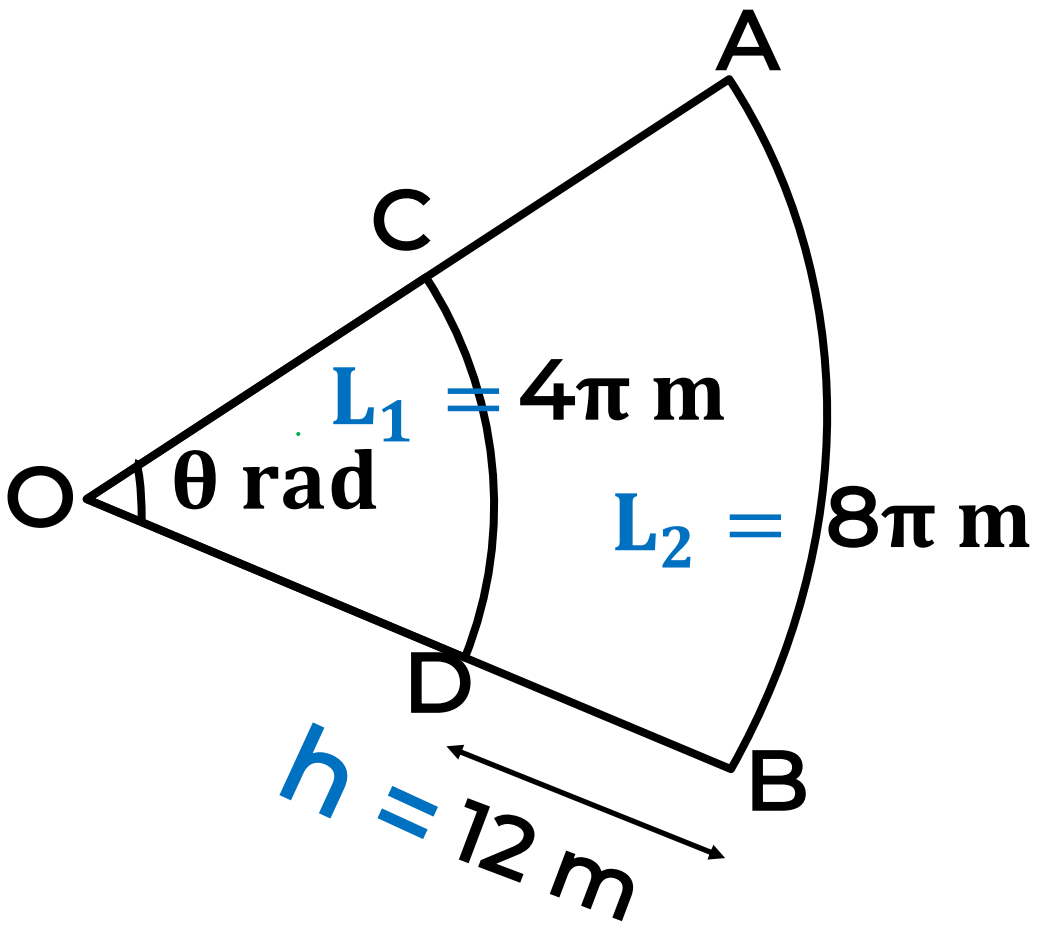
$$\theta = \frac{L_2 - L_1}{h}$$

III)



Trilce ACADEMIA

Del gráfico, calcule el valor de θ.



RESOLUCIÓN

Se observa que:

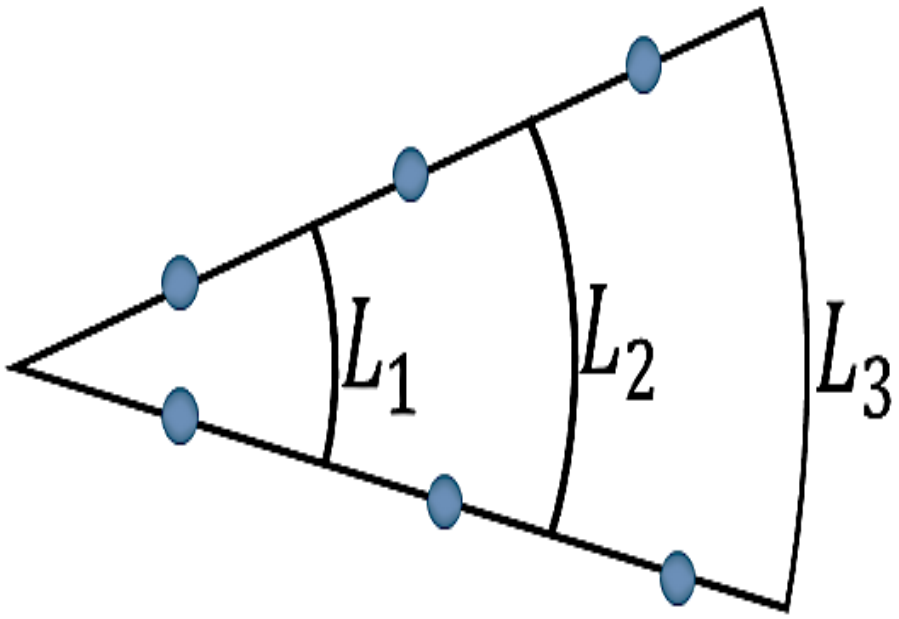
$L_1 = 4\pi$ m; $L_2 = 8\pi$ m; h = 12 m

Propiedad : $\theta = \dfrac{L_2 - L_1}{h}$

$$\theta = \frac{8\pi\ \text{m} - 4\pi\ \text{m}}{12\ \text{m}} = \frac{4\pi\ \text{m}}{12\ \text{m}}$$

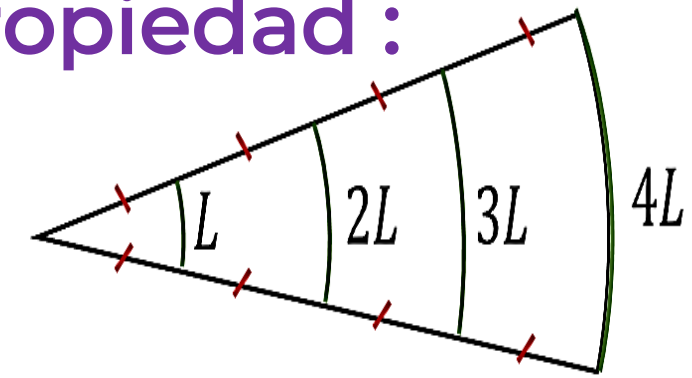
$$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$$

Del gráfico, reduzca M = $\frac{2L_2 + 3L_1}{L_3}$



RESOLUCIÓN

Propiedad :



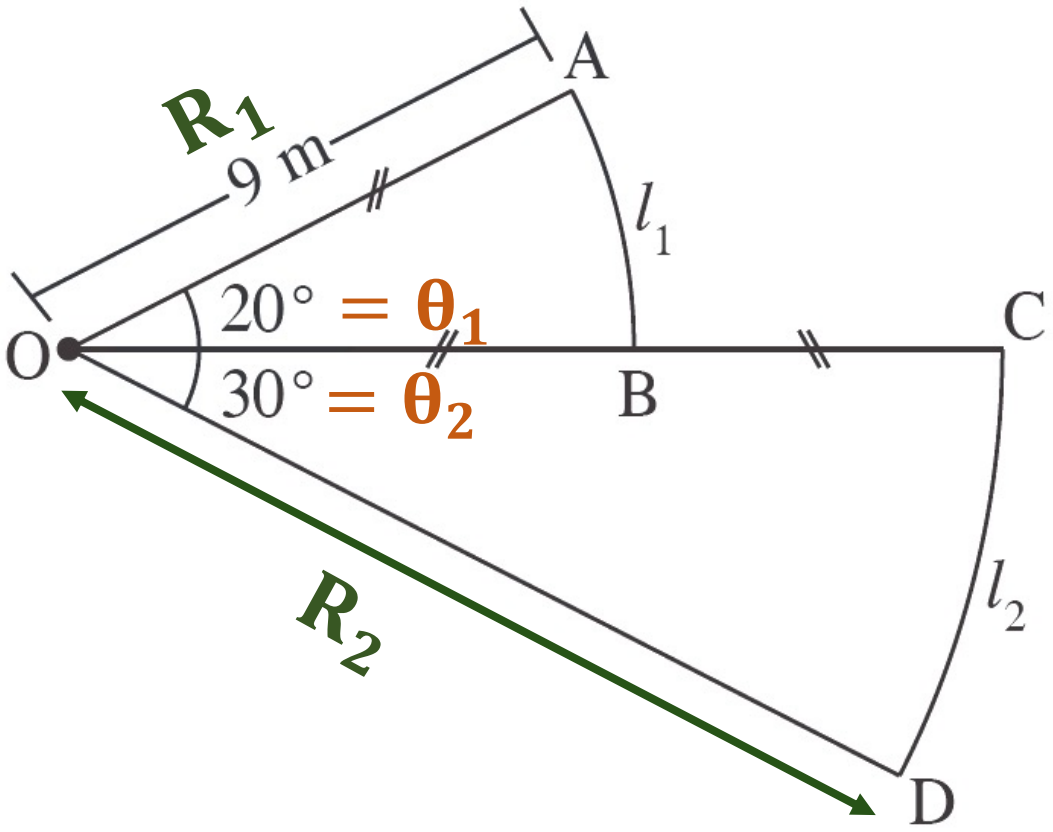
$$L_1 = L$$
$$L_2 = 2L$$
$$L_3 = 3L$$

Reemplazando:

$$M = \frac{2(2L) + 3(L)}{3L} = \frac{7L}{3L}$$

$$\therefore M = \frac{7}{3}$$

Del gráfico, calcule $L_1 + L_2$



RESOLUCIÓN

Se observa que: $R_1 = 9\ m;\ R_2 = 18\ m$

$$\theta_1 = 20^{\overset{1}{\not}} \times \left(\frac{\pi\ rad}{180^{\not\circ}}\right)^{\not 9} \Rightarrow \theta_1 = \left(\frac{\pi}{9}\right) rad$$

$$\theta_2 = 30^{\overset{1}{\not}} \times \left(\frac{\pi\ rad}{180^{\not\circ}}\right)^{\not 6} \Rightarrow \theta_2 = \left(\frac{\pi}{6}\right) rad$$

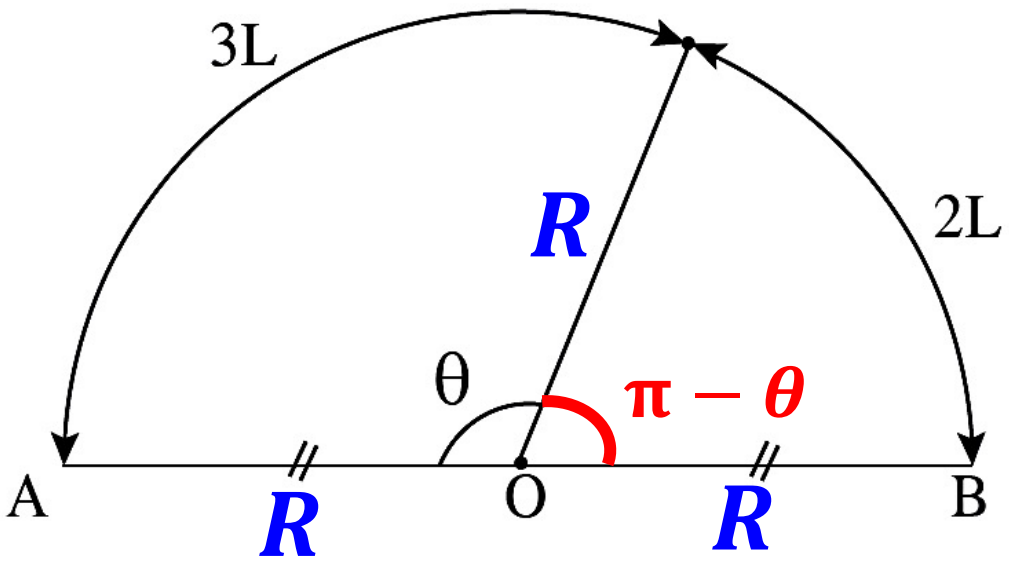
Propiedad : $\boxed{L = \theta R}$

$$L_1 = \left(\frac{\pi}{\not 9}\right)(\not 9\ m) = \pi\ m$$

$$L_2 = \left(\frac{\pi}{\not 6}\right)(\overset{3}{\not 18}\ m) = 3\pi\ m$$

$\therefore L_1 + L_2 = 4\pi\ m$

Del gráfico, determine el valor de θ



RESOLUCIÓN

Propiedad : $L = \theta R$ ➡ $R = \frac{L}{\theta}$

Se observa que:

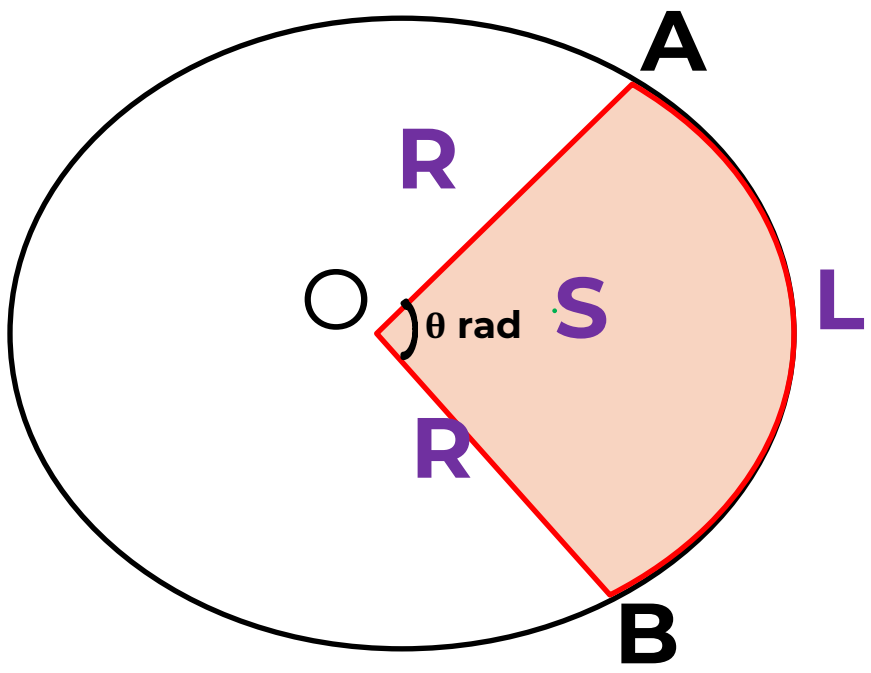
$$R = \frac{3\cancel{L}}{\theta} = \frac{2\cancel{L}}{(\pi - \theta)}$$

$$3\pi - 3\theta = 2\theta$$

$$5\theta = 3\pi$$

$$\therefore \theta = \frac{3\pi}{5}\,\text{rad}$$

ÁREA DEL SECTOR CIRCULAR



Sector Circular $\sphericalangle AOB$: Es la región circular limitada por dos radios y el arco correspondiente .

R: longitud del radio

L : longitud del arco $\overset{\frown}{AB}$

θ : número de radianes de la medida del ángulo central.

$$0 < \theta \leq 2\pi$$

S : área del sector circular AOB

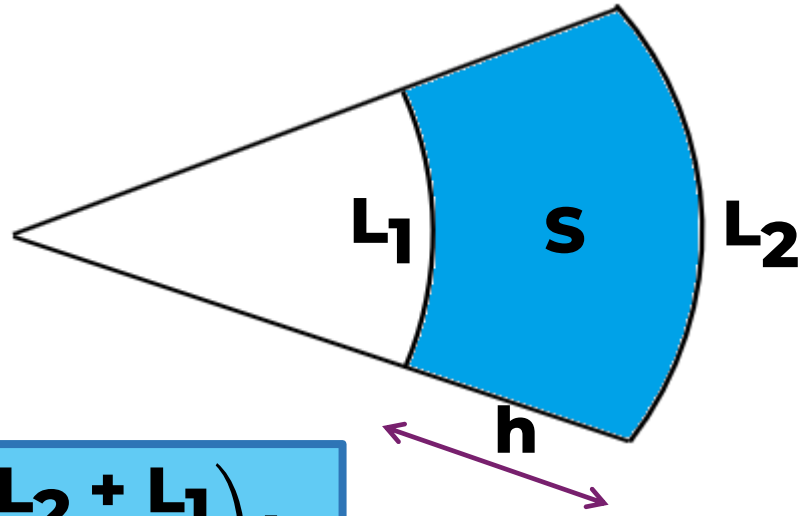
Fórmulas

$$S = \frac{LR}{2} = \frac{\theta R^2}{2} = \frac{L^2}{2\theta}$$

Trilce ACADEMIA

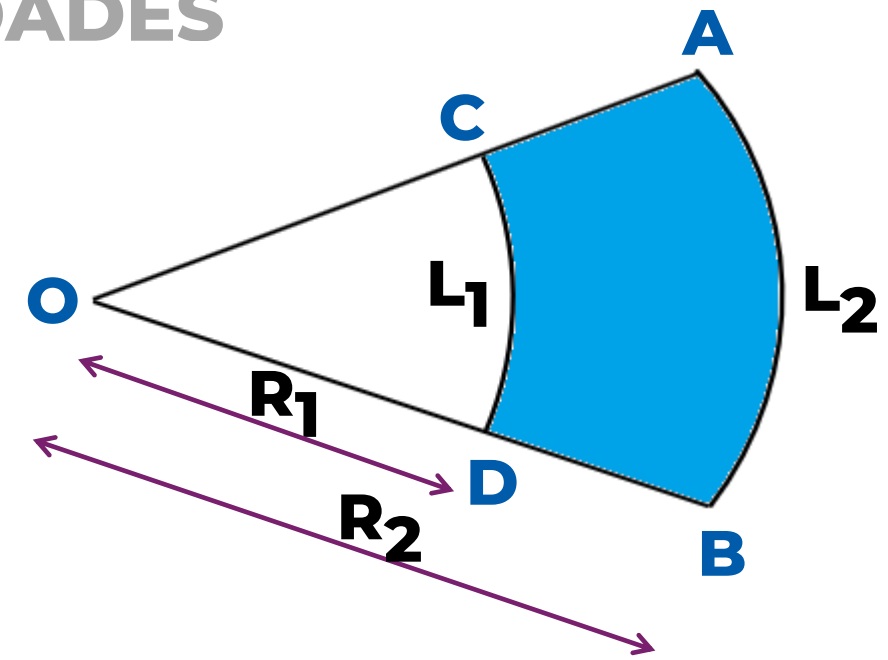
PROPIEDADES

A)



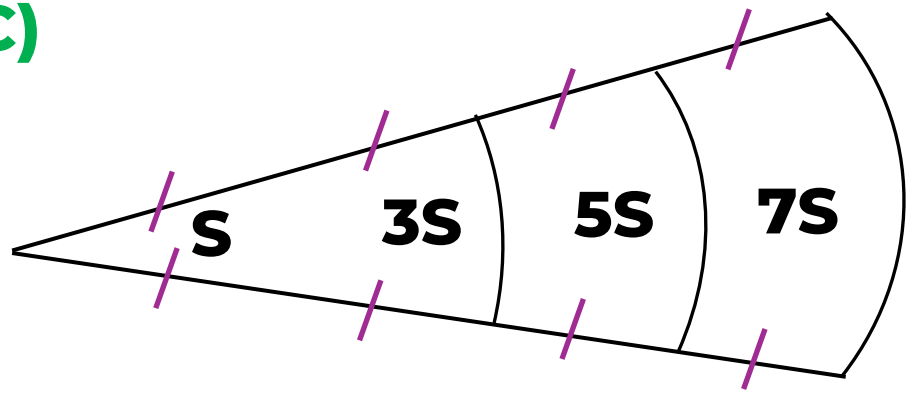
$$S = \left(\frac{L_2 + L_1}{2}\right) h$$

B)



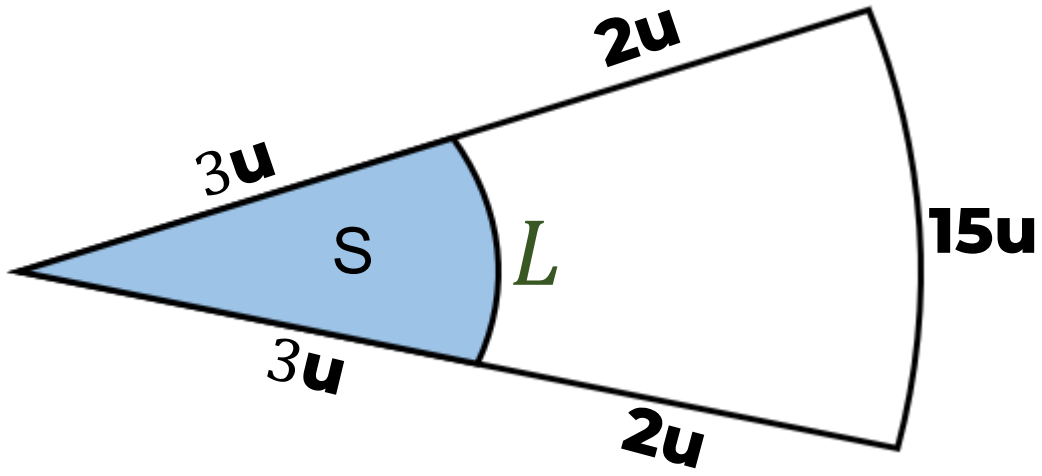
$$\frac{S_{\triangleleft COD}}{S_{\triangleleft AOB}} = \frac{R_1^2}{R_2^2} = \frac{L_1^2}{L_2^2}$$

C)



Trilce ACADEMIA

De la figura , calcule el área de la región sombreada.



RESOLUCIÓN

Por propiedad: $\frac{L}{15} = \frac{3}{3+2}$

$\Rightarrow L(5) = 15(3)$

$\Rightarrow L = 9$

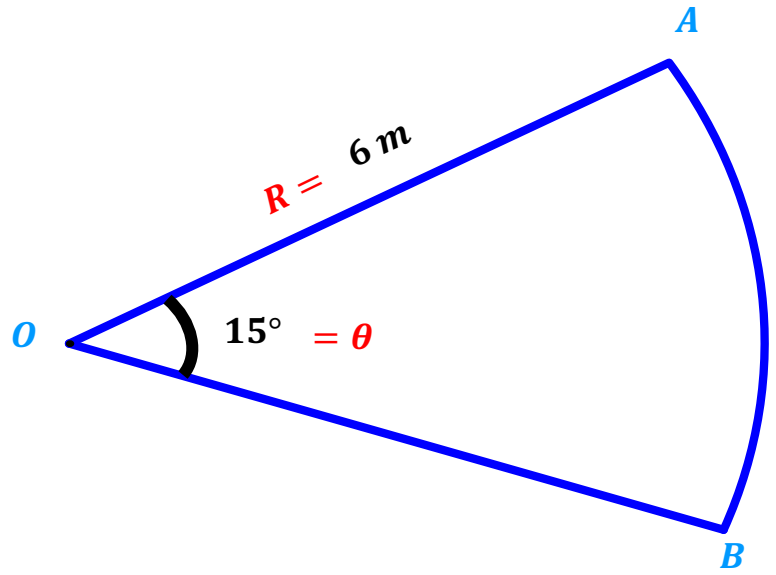
Piden: $S = \frac{L.R}{2}$

$S = \frac{9u.3u}{2}$

$\therefore S = \frac{27}{2}u^2$

Trilce ACADEMIA

¿Cuál es el área de un sector circular cuyo ángulo central mide 15° y su radio mide 6m?



Recordar:

Área del sector circular: $S = \frac{1}{2}\theta R^2$

Convirtiendo el ángulo al sistema radial:

$$\theta = 15° \times \frac{\pi\ rad}{180°} = \frac{\pi}{12} rad$$

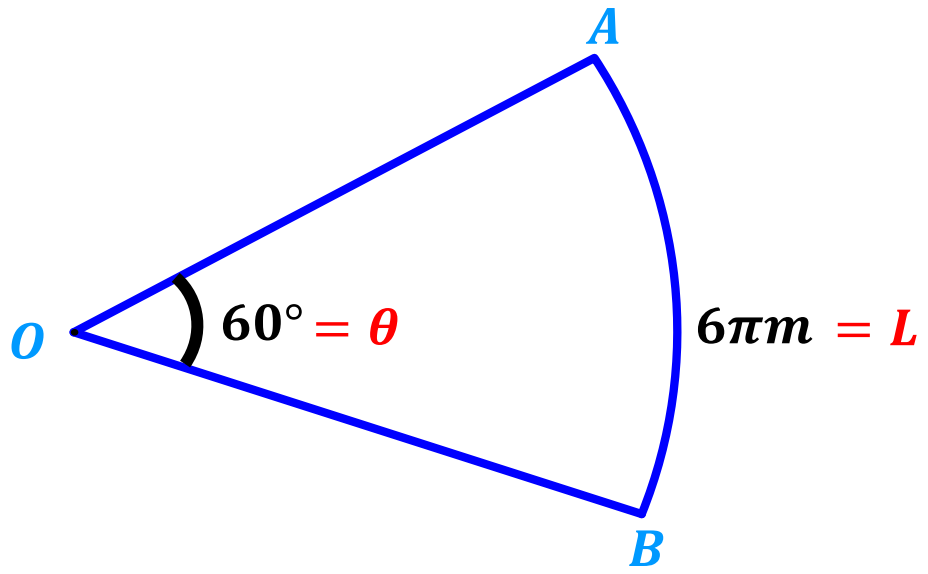
Calculando el área del sector circular

$$S = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{12}\right)(6\ \mathrm{m})^2$$

$$S = \frac{36\pi}{24}\mathrm{m}^2$$

$$\therefore S = \frac{3\pi}{2}\ m^2$$

Del gráfico, calcule el área del sector AOB.



Recordar:

Área del sector circular: $S = \frac{L^2}{2\theta}$

Convirtiendo el ángulo al sistema radial:

$$\theta = \cancel{60^\circ}^{\,1} \times \frac{\pi\ rad}{\cancel{180^\circ}_{\,3}} = \frac{\pi}{3} rad$$

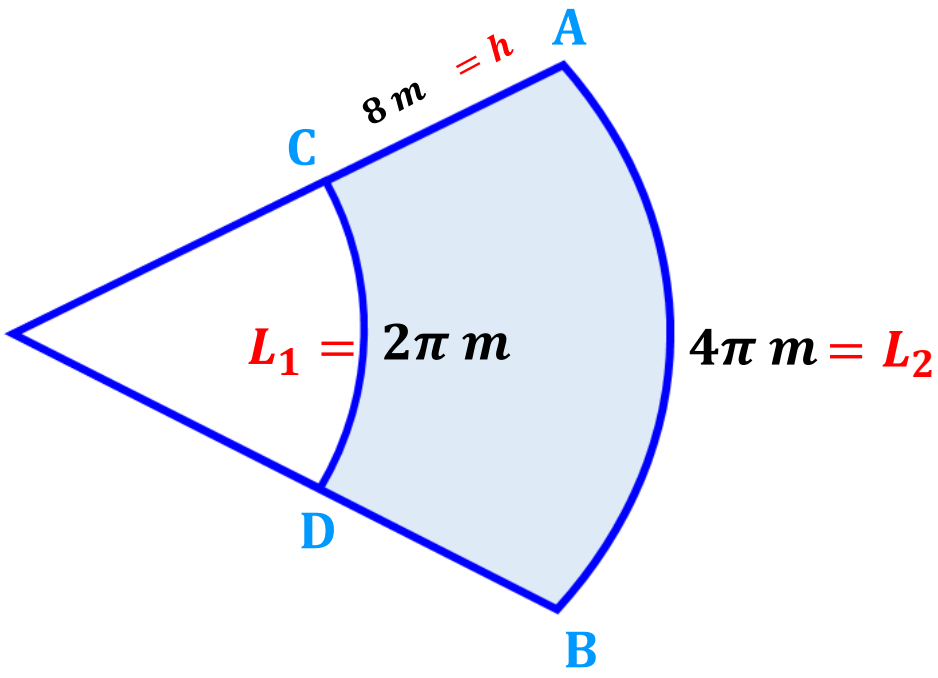
Calculando el área del sector circular

$$S = \frac{(6\pi m)^2}{2\left(\frac{\pi}{3}\right)}$$

$$S = \frac{36\pi^2\ m^2}{\frac{2\pi}{3}} = \frac{108\cancel{\pi}^{\,\pi}\pi^2\ m^2}{2\cancel{\pi}_{\,1}}$$

$$\therefore S = 54\pi\ m^2$$

Del gráfico, calcule el área de la región sombreada



Recordar:

$$S = \frac{(L_1 + L_2)\,h}{2}$$

Calculando el área del trapecio circular

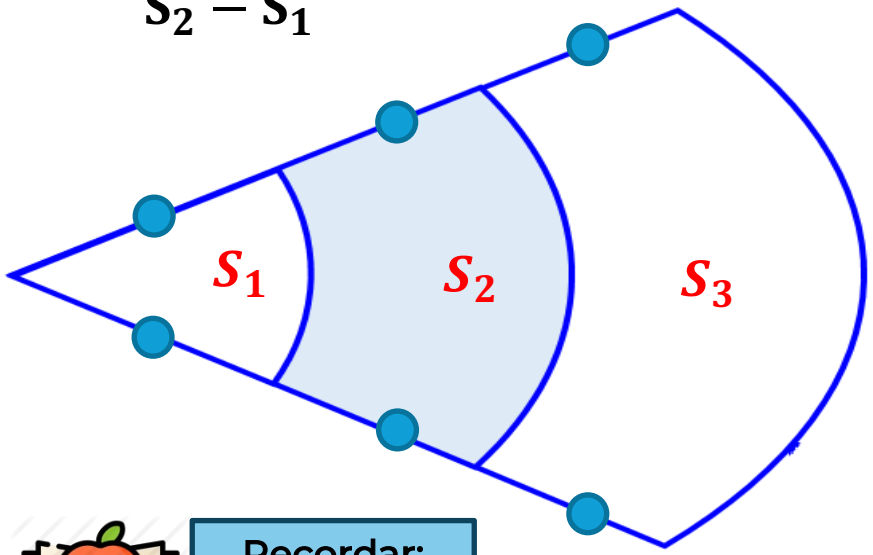
$$S = \frac{(2\pi m + 4\pi m)(8\ m)}{2}$$

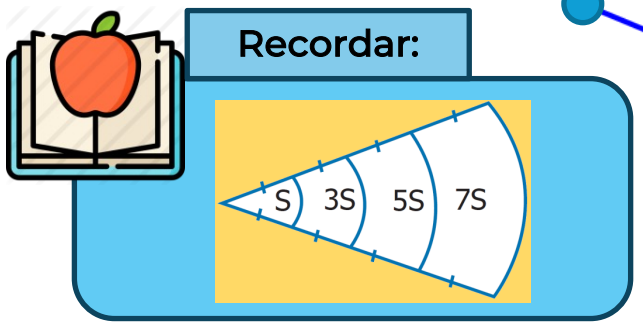
$$S = (6\pi\ m)(4\ m)$$

$$\therefore S = 24\pi\ m^2$$

De la gráfico, calcule

$$E = \frac{S_1 + S_3}{S_2 - S_1}$$





Aplicando la propiedad

$S_1 = S$

$S_2 = 3S$

$S_3 = 5S$

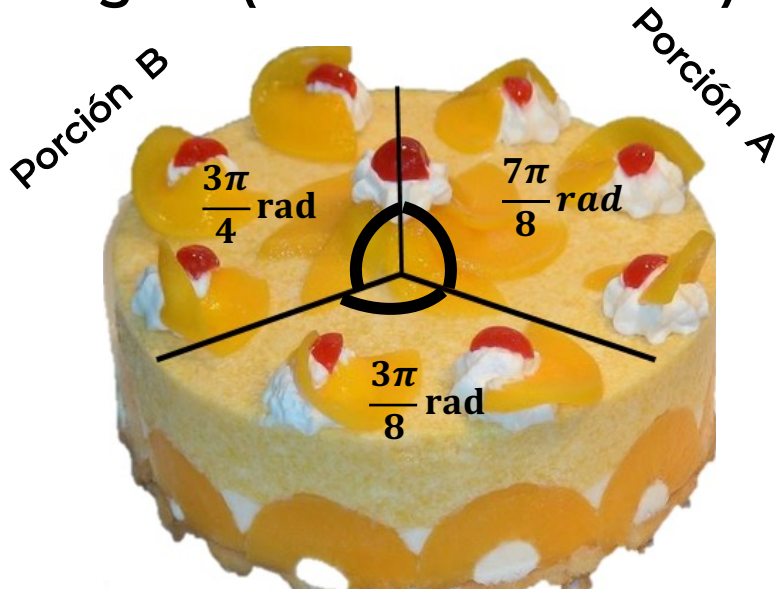
Reemplazando

$$E = \frac{S + 5S}{3S - S}$$

$$E = \frac{6\cancel{S}}{2\cancel{S}}$$

$\therefore E = 3$

En una fiesta de cumpleaños se reparte una torta en tres porciones, tal como se muestra en la figura (diámetro = 16 cm)



a) Calcule el área de cada porción.
b) Indique la porción más grande.

Recordar:

Área del sector circular: $S = \frac{1}{2}\theta R^2$

$R = 8cm$

a) Calculando el área de cada porción

$$S_A = \frac{1}{2}\left(\frac{7\pi}{8}\right)(8\,cm)^2 = \frac{7\pi}{2}cm^2$$

$$S_B = \frac{1}{2}\left(\frac{3\pi}{4}\right)(8\,cm)^2 = 3\pi cm^2$$

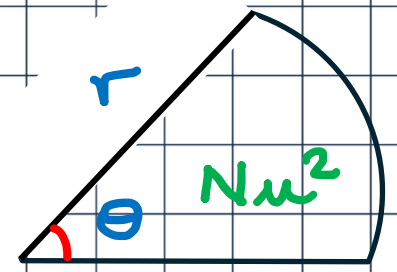
$$S_C = \frac{1}{2}\left(\frac{3\pi}{8}\right)(8\,cm)^2 = \frac{3\pi}{2}cm^2$$

b) La porción A es la más grande

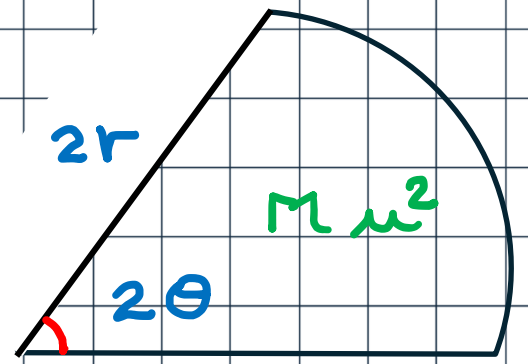
37. En uno de los ejercicios de trigonometría, Miguel observa que, si se duplican las medidas del ángulo central y del radio de un sector circular, se obtiene un nuevo sector de área M u^2. Si el área del sector inicial es N u^2, determine M/N.

a) 4 b) 16 c) 8
d) 12 e) 10

i)



$$N = \frac{1}{2}\theta \cdot r^2$$



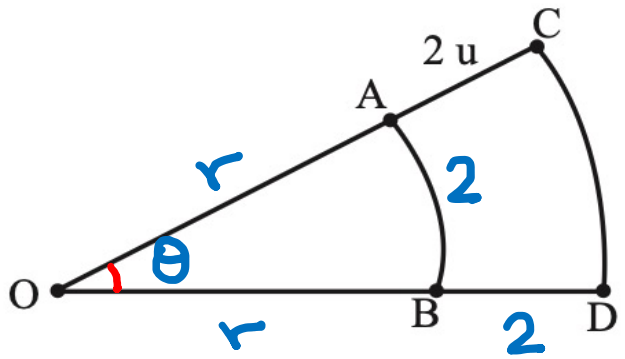
$$M = \frac{1}{2}(2\theta)(2r)^2$$

$$M = 4\theta r^2$$

ii) $$\frac{M}{N} = \frac{4\theta r^2}{\frac{1}{2}\theta r^2} = 8$$

Trilce ACADEMIA

38. Un dibujante tenía como objetivo trazar un sector circular AOB de radio "r" u y longitud de arco 2 u. Sin embargo, este dibuja el sector circular mostrado en la figura que tiene el mismo ángulo central que el sector anterior y cuya área lo excede en 5 u^2. Según la información dada, ¿cuál es la medida del ángulo central?



a) π/6 rad
b) 1/2 rad
c) π/5 rad
d) 1/5 rad
e) 1 rad

$* \quad S_\Delta = \frac{1}{2}\theta \cdot r^2 \qquad * \quad 2 = \theta \cdot r$

DATO

$A_{COB} - A_{\Delta AOB} = 5$

$\frac{1}{2}\theta(r+2)^2 - \frac{1}{2}\theta \cdot r^2 = 5$

$\frac{1}{2}\theta(r^2 + 4r + 4 - r^2) = 5$

$\theta(2r + 2) = 5$

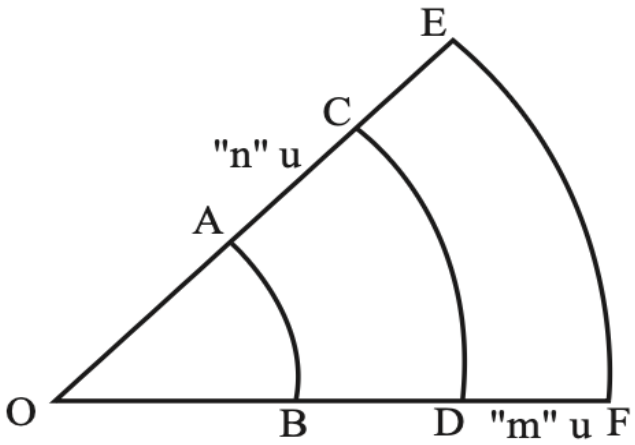
$2\theta r + 2\theta = 5$

$\frac{2\theta r}{2}$

$\theta = 1/2$

Trilce ACADEMIA

39. En la figura, AOB, COD y EOF son sectores circulares. Si AB = "m" u y EF = "n" u, determine la longitud del arco CD en términos de "m" y "n".



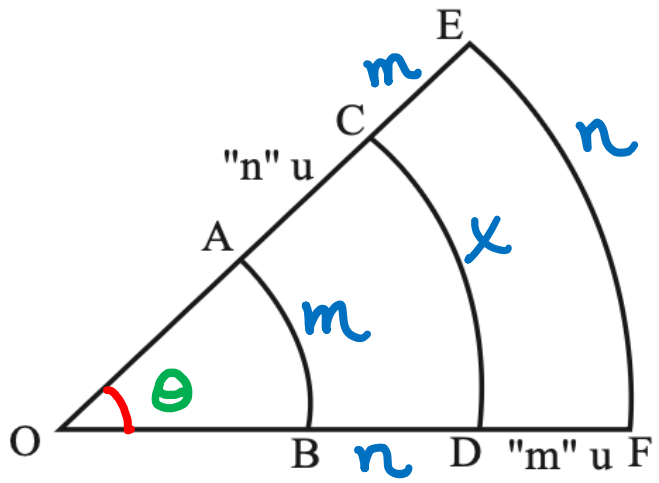
a) $\frac{m^2+n^2}{m+n}$

b) $\frac{m^2-n^2}{m+n}$

c) $\frac{m^2+n^2}{m-n}$

d) $\frac{2mn}{m+n}$

e) $\frac{2m^2}{m-n}$



$\theta: \frac{x-m}{n} = \frac{n-x}{m}$

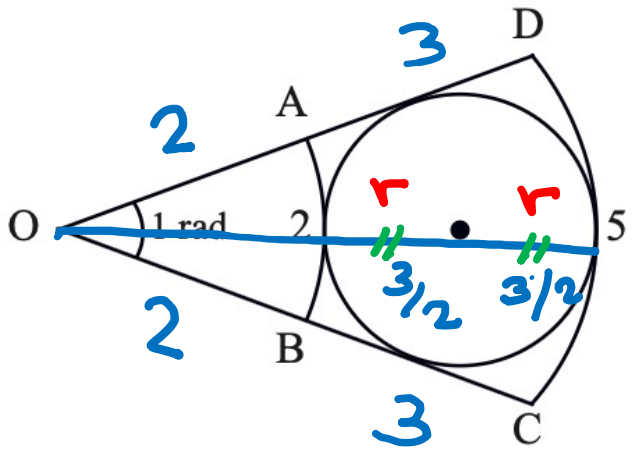
$xm - m^2 = n^2 - xn$

$x(m+n) = m^2 + n^2$

$\therefore x = \frac{m^2+n^2}{m+n}$

Trilce ACADEMIA

40. Calcule la longitud de la circunferencia inscrita si los arcos AB y CD miden 2 y 5.



a) π b) 2π c) 3π
d) 4π e) 5π

*

$\Rightarrow$ $L = r$

$L = \theta \cdot r$

$L_0 = 2\pi \cdot r$

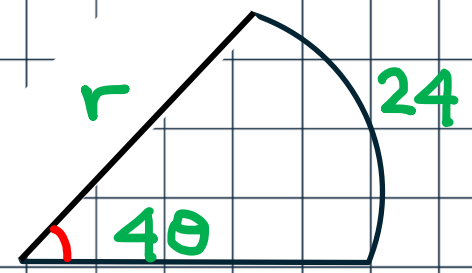
$L_0 = 2\pi \cdot \frac{3}{2}$

$L_0 = 3\pi$

Trilce ACADEMIA

41. En un sector circular, el arco mide 24 cm. Si el radio se incrementa en su doble y el ángulo central se reduce en su cuarta parte, se genera un nuevo sector circular cuyo arco mide:

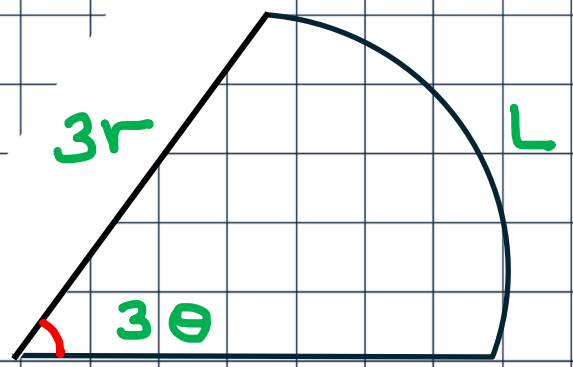
a) 27 cm b) 54 cm c) 36 cm
d) 72 cm e) 48 cm



$* L = \theta \cdot r$

$24 = 4\theta \cdot r$

$6 = \theta \cdot r$



$L = 3\theta \cdot 3r$

$L = 9\theta r$

$L = 9(6)$

$\therefore L = 54\ cm$

Trilce ACADEMIA

42. Se tiene un sector circular de arco $9(x-1)$ cm, de radio $(x+1)$ cm y ángulo central (x^2-1) rad. Calcule "x".

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

* $L = \theta \cdot r$

$$9(x-1) = (x^2-1)(x+1)$$

$$9(x-1) = (x-1)(x+1)(x+1)$$

$$9 = (x+1)^2$$

$$3 = x+1$$

$$\therefore 2 = x$$

Trilce ACADEMIA

43. En un sector circular, el área es igual a 100 m^2. Si el arco se reduce en 20 % y el radio se duplica, se obtiene un nuevo sector circular cuya área es igual a:

a) 120 m^2 b) 130 m^2 c) 140 m^2
d) 150 m^2 e) 160 m^2

$S_1: \quad 100 = \frac{1}{2} L \cdot r$

$200 = L \cdot r$

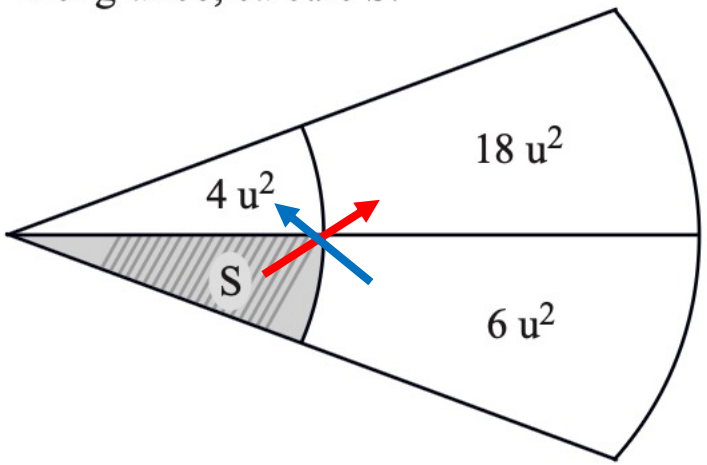
$S_2: \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{\cancel{80}^{4}}{\cancel{100}_{5}} L \cdot \cancel{2}r$

$S_2: \quad \frac{4}{5}(200)$

$S_2: \quad 160\ m^2$

Trilce ACADEMIA

44. Del gráfico, calcule S.



a) 2 u² b) 3 u² c) 1 u²
d) 2/3 u² e) 4/3 u²

Se multiplican los valores de las áreas en forma cruzada:

$$S \cdot (18) = 4 \cdot (6)$$

$$S = \frac{4}{3}\ u^2$$

Trilce ACADEMIA

45. Se tiene una plantilla de cuero en forma de sector circular cuyo ángulo central mide 2 rad. Al rodear el arco con una cinta de 5 cm de longitud, este no queda cubierto totalmente, faltando una cierta longitud. Pero, si es cubierto con una longitud de 8 cm, sobra una longitud igual al doble a la que faltaba anteriormente. Calcule el radio de la plantilla de cuero.

a) 2 cm b) 3 cm c) 4 cm
d) 5 cm e) 6 cm

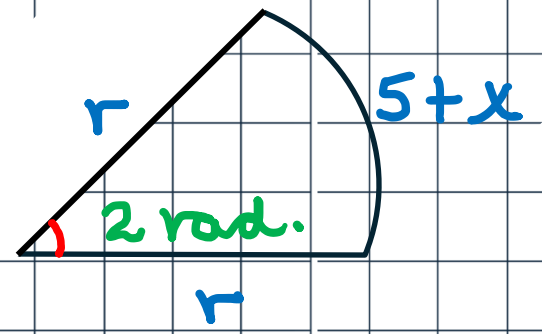
i) $L: 5+x = 8-2x$

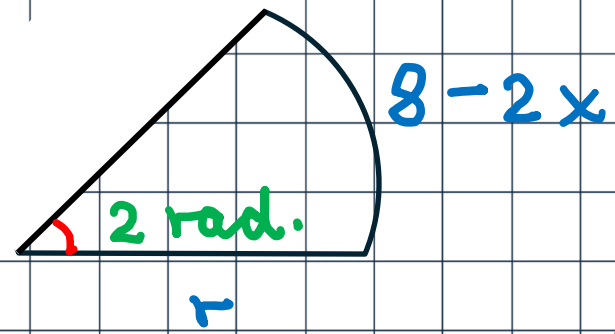
$1 = x$

ii) $L = \theta \cdot r$

$6 = 2 \cdot r$

$3 = r$





Trilce ACADEMIA

Trilce

ACADEMIA

MEJOR PREPARACIÓN A MENOR PRECIO